

1. Ein Oktaeder mit Mittelpunkt im Ursprung und Seitenlänge  $s$  hat vier Eckpunkte in der Ebene  $z = 0$  liegen. Darunter fallen die Punkte  $A(-\frac{s}{2}|\frac{s}{2}|0)$  und  $B(\frac{s}{2}|\frac{s}{2}|0)$ .
  - a. Fertige eine Skizze des Oktaeders an!
  - b. Berechne die Koordinaten der Spitze  $E$  auf der positiven  $z$ -Achse!
  - c. Gib einen Term für den Radius der Inkugel, die alle Flächen von innen berührt, in Abhängigkeit von  $s$  an!
  - d. Die Berührungspunkte der Inkugel entsprechen den Eckpunkten des eingeschriebenen Würfels. Gib einen seiner Eckpunkte an! Gib die Kantenlänge des Würfels an! Füge deiner Skizze den Würfel hinzu!
  - e. Zeige, dass das Würfelvolumen und das Oktaedervolumen im Verhältnis 2:9 stehen!

2. Die durchschnittliche Dauer der Krankenstände von Angestellten in einem bestimmten Betrieb ist in den letzten Jahren gesunken. Im Jahr 2000 lag die durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Tagen bei 12,6 und im Jahr 2015 bei 9,9.
  - a. Es wird folgende Berechnung durchgeführt:  
 $(9,9 - 12,6)/12,6 \approx -0,214$   
 Interpretiere das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.
  - b. Wie groß ist die mittlere Änderungsrate?
  - c. Aus langjähriger Erfahrung ist bekannt, dass im Winter der Angestellte  $A$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % und der Angestellte  $B$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % erkrankt. Dabei wird modellhaft angenommen, dass alle Erkrankungen unabhängig voneinander erfolgen.  
 Beschreibe ein im gegebenen Sachzusammenhang mögliches Ereignis  $E$ , dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.  
 $P(E) = 1 - 0,8 \cdot 0,7$
  - d. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Angestellte  $A$  in höchstens 1 von 5 Wintern erkrankt.

3. Bei einem Würfelspiel werden fünf sechsflächige Würfel gleichzeitig geworfen. Bei jedem der Würfel treten die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Die fünf Würfel werden unabhängig voneinander geworfen. Die Ergebnisse der Würfe sind voneinander unabhängig. Nachstehend sind drei mögliche Ereignisse beschrieben.

Grande	Eine beliebige Augenzahl tritt fünfmal auf, z.B. 4, 4, 4, 4, 4.
Full House	Eine beliebige Augenzahl tritt genau dreimal auf. Eine andere beliebige Augenzahl tritt genau zweimal auf, z.B. 1, 1, 1, 4, 4.
Straße	Die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 oder 2, 3, 4, 5, 6 treten jeweils genau einmal auf.

- a. Ermittle die Wahrscheinlichkeit für ein Grande, wenn die fünf Würfel einmal geworfen werden!
- b. Es wurden die Augenzahlen 2, 2, 2, 4 und 5 geworfen. Bei einem zweiten Wurf werden nur die beiden Würfel mit den Augenzahlen 4 und 5 erneut geworfen, die anderen drei Würfel bleiben liegen. Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem zweiten Wurf ein Grande zu erhalten, beträgt  $p_1$ . Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem zweiten Wurf ein Full House zu erhalten, beträgt  $p_2$ .  
 Ermittle die zwei Wahrscheinlichkeiten  $p_1$  und  $p_2$ !
- c. Für die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis  $E$  bei einem Wurf mit fünf Würfeln gilt:  

$$P(E) = 6 \cdot \left[ \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \frac{5}{6} \right]$$
 Beschreibe ein mögliches Ereignis  $E$  im gegebenen Sachzusammenhang!

4. Löse die folgenden Gleichungen und gib alle Lösungen in  $\mathbb{R}$  an!

- a.  $2^a + 8 \cdot 2^{-a} = 6$

- b.  $\sqrt{(b+34)} = \sqrt{(b-1)} + 5$

Verteilung der 48 Punkte:

1.  $2+3+4+4+5$

2.  $3+3+3+3$

3.  $3+4+3$

4.  $4+4$